

Міністерство освіти та науки України
Харківський національний університет
радіоелектроніки



1.Геометрична оптика.

Харків
2008

Зміст

Теорія.....	3
1.1 Основні поняття та закони геометричної оптики.....	3
1.2 Похибки реальних оптичних систем.....	8
Практика.....	12
Вправи та задачі до глави.....	12

Теорія

1.1 Основні поняття та закони геометричної оптики.

Із теорії Максвелла відомо, що світло - це електромагнітні хвилі, довжина яких $\lambda = 0,40 \div 0,76$ мкм. Але в багатьох випадках розповсюдження світла можна розглядати на основі уявлень про світлові промені.

Світловий промінь- це лінія, вздовж якої поширюється потік енергії світла. Поняття променя використовують в наближенні геометричної оптики, тобто тоді, коли не відбувається дифракція, а $\lambda \rightarrow 0$.

Основним принципом геометричної оптики є **аксіома Ферма** (1660 р.), або **принцип найменшого оптичного шляху**: якщо промінь світла падає з точки А до точки В, то він рухається таким шляхом, для проходження якого потрібно найменший час τ_{\min} :

$$\tau_{\min} = \int_A^B d\tau = \int_A^B \frac{dl}{V} = \frac{1}{c} \int_A^B n dl \quad (1.1)$$

де $V = c/n$ - швидкість світла в данному середовищі; n - абсолютний показник заломлення середовища; dl -елементарна довжина геометричного шляху.

Покажемо, як із принципу Ферма можна одержати основні закони геометричної оптики.

Закон прямолінійності розповсюдження світла в однорідному середовищі ($V = const$) є прямим наслідком принципу Ферма, адже найменшим часом руху ві А до В є рух по прямій АВ.

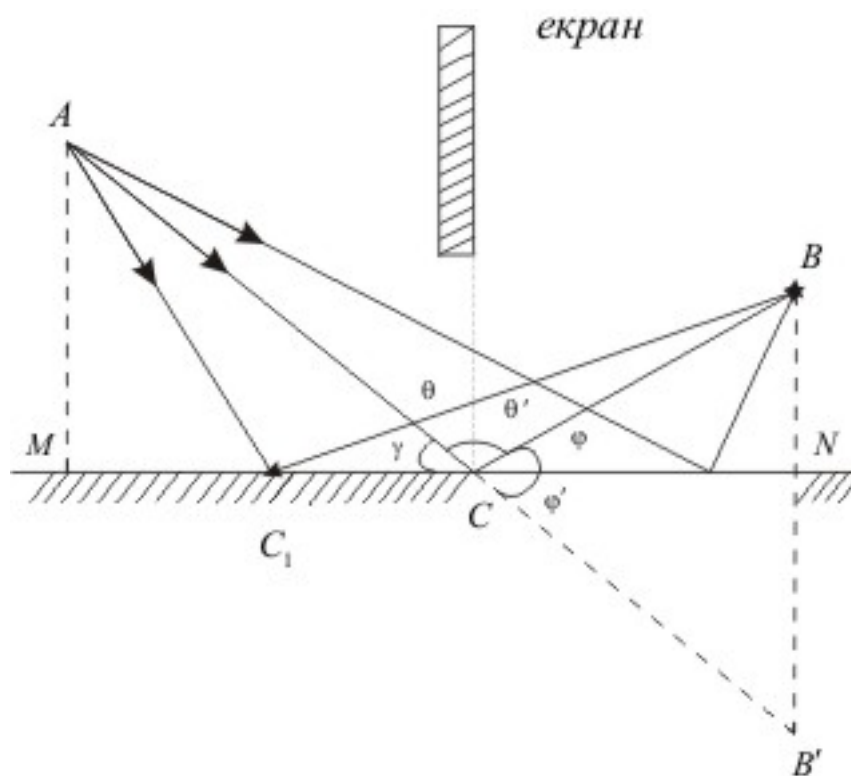


Рисунок 1.1

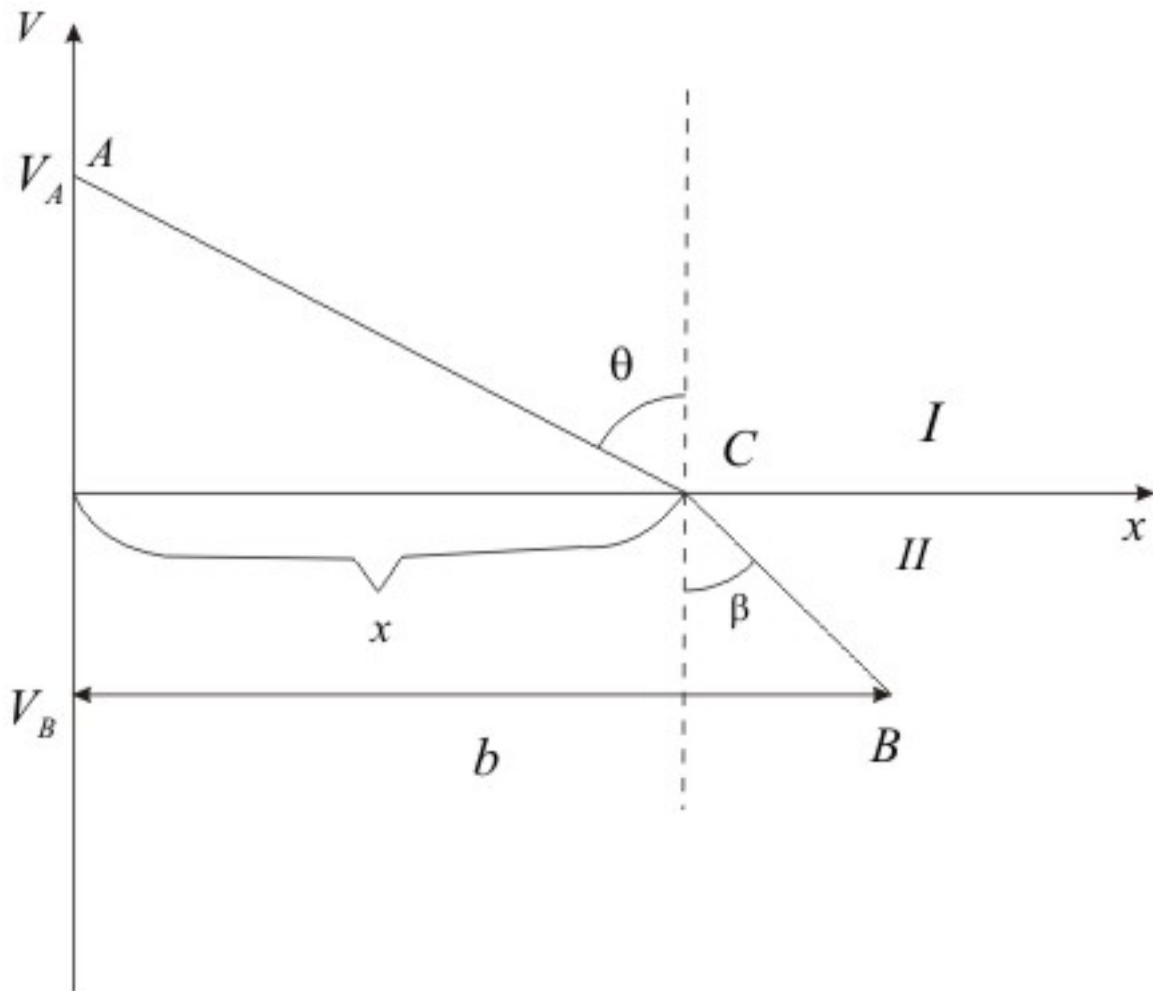


Рисунок 1.2

Розглянемо, як промінь попадає із точки A в точку B , відбиваючись від дзеркальної площини MN (рис 1.1). Найменшою сума відрізків AC_i та C_iB буде тоді, коли точка C лежить на прямій, яка з'єднує точки A та B' (B' - уявне зображення точки B в плоскому дзеркалі). Тоді:

$$BN = B'N; \quad \angle \varphi = \angle \varphi'; \quad \angle \gamma = \angle \varphi = \angle \varphi'; \quad \gamma + \theta = \varphi + \theta'; \quad \theta = \theta'.$$

Тобто кут падіння θ дорівнює куту відбивання θ' - це **закон відбивання** променів.

Якщо точка A (рис 1.2) знаходиться в середовищі I , для якого швидкість поширення світла

V_1 , точка B - в середовищі II , швидкість в якому V_2 , то для довільного променя час руху t від A до B в двох середовищах дорівнює:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l_1}{V_1} + \frac{l_2}{V_2} = \frac{\sqrt{x^2 + y_A^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{(b-x)^2 + y_B^2}}{V_2}.$$

у відповідності до принципу Ферма, знайдемо мінімум t :

$$\frac{dt}{dx} \Big|_{r=r_{\min}} = 0.$$

Якщо знайти похідну від t та позначити

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y_A^2}} = \sin \theta; \quad \frac{b-x}{\sqrt{(b-x)^2 + y_B^2}} = \sin \beta;$$

одержимо рівняння

$$\frac{\sin \theta}{V_1} - \frac{\sin \beta}{V_2} = 0.$$

Тобто

$$\frac{\sin \theta}{\sin \beta} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.2)$$

де n_1, n_2 - абсолютні показники заломлення середовищ, а n_{21} - відносний показник заломлення другого середовища відносно першого. Рівняння (1.2) - закон заломлення променів. Зверніть увагу на те, що результат застосування принципу Ферма не повинен змінюватись, якщо промінь переміщується від точки B до точки A . Тобто траєкторія прямого та зворотнього променів одна і та - **закон оборотності світлових променів**.

Наслідком принципу Ферма є твердження про те, що потік променів можна зібрати в одній точці - фокусі, якщо для всіх променів, які попадають на оптичний пристрій, виконується умова рівності мінімального оптичного шляху. Промені, для яких оптична довжина шляху однакова називають **тавтохронними**.

Наприклад, в однорідному середовищі промені, які ідуть від точкового джерела A можна сфокусувати в точці B , якщо точки A та B - фокуси еліптичної відбиваючої поверхні (рис 1.3). Тоді сума довжин шляху до r_i та після r_k від еліптичної поверхні - стала величина, а промені - тавтохтонні:

$$r_i + r_k = const.$$

Другим прикладом фокусуючої поверхні є параболічне дзеркало (рис 1.4) на яке падає пучок променів, перпендикулярний MN . Допоміжна лінія $M'N'$, проведена паралельно MN на відстані $2d$. Тоді $r_k = r'_k$; $r_i + r_k = 2d = const$; промені тавтохтонні.

Зауважемо, що дзеркальна трубка еліптичного поперечного перерізу використовується в твердотільних імпульсних лазерах, а параболічне дзеркало - в прожекторах та телескопах-рефлекторах.

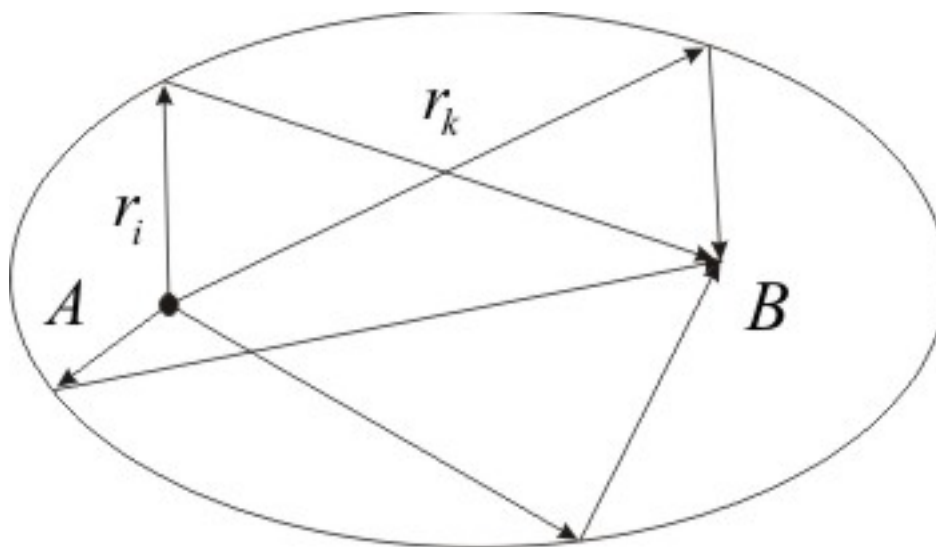


Рисунок 1.3

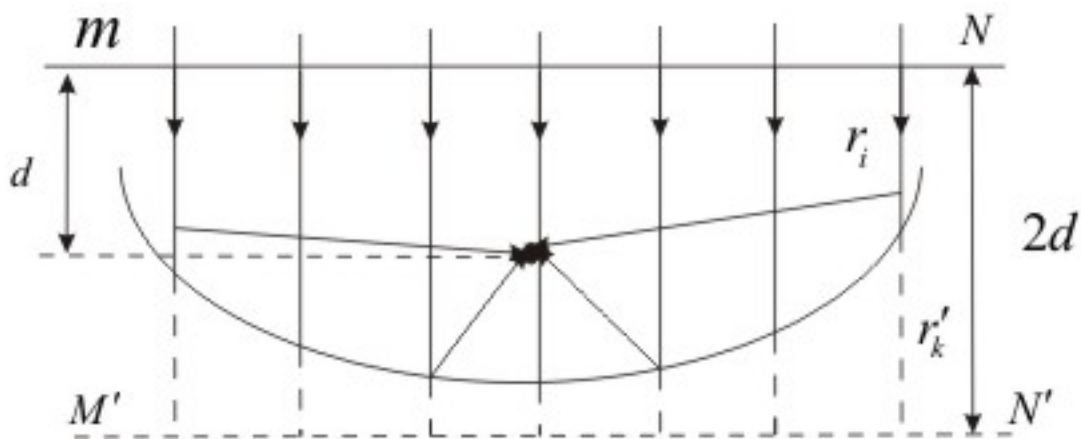


Рисунок 1.4

Фокусування можливе також в збиральних лінзах (1.5), для яких таутохронність променів досягається за умови:

$$n_i r_i + n_j r_j + n_k r_k = const.$$

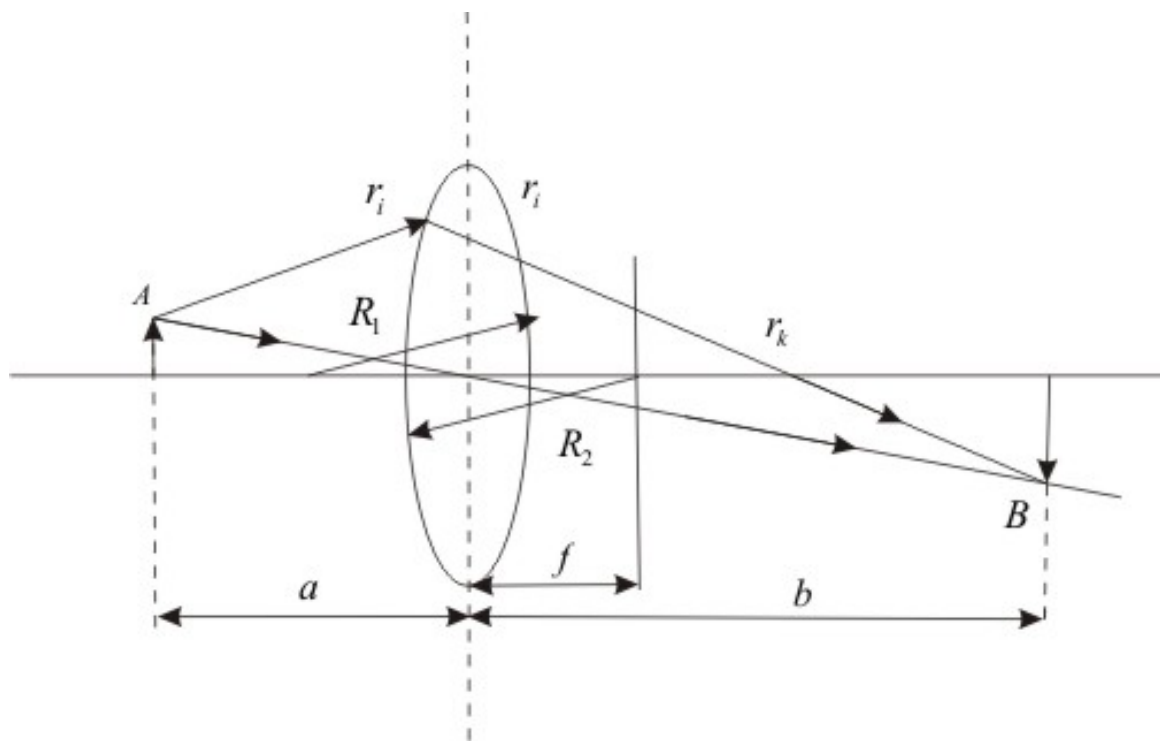


Рисунок 1.5

Ця умова виконується в загальному випадку, якщо поверхня лінзи є еліпсоїдом обертання. Часто використовують лінзи зі сферичною поверхнею, що призводить до появи викривлень зображення - сферичної аберації (докладніше розглянуто в 1.2). Викривлення зображення є незначним тільки для так званих тонких лінз.

Формула тонкої лінзи визначає співвідношення між характерними відстаннями

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де a - відстань від лінзи до предмета; b - до зображення; f - до фокальної площини; R_1, R_2 - радіуси кривизни сферичних поверхонь лінзи; n та n_0 - показники заломлення речовини лінзи та середовища, в якому знаходиться лінза.

1.2 Похибки реальних оптичних систем.

Досі ми розглядали ідеалізовані оптичні системи. При цьому вважали, що пучок світла є монохроматичним ($\lambda = \text{const}$) та параксіальним (тобто йде майже паралельно оптичній осі на малій відстані від неї). В реальних оптичних системах ці припущення не виконуються, що призводить до відхилень від наведених вище законів. Зображення точки у реальній оптичній системі вже не є точкою, а має вигляд маленької цяточки з нечіткими краями. В залежності від

причини, яка призводить до розпливання зображення у реальних оптичних системах).

Розглянемо спочатку геометричні аберації. У випадку сферичної аберації зображення точки, що лежить на головній оптичній осі системи є кружком розсіювання (рис 1.6). Вона виникає внаслідок того, що промені, які найбільше відхиляються від головної оптичної осі, фокусується якнайближче до збиральної лінзи.

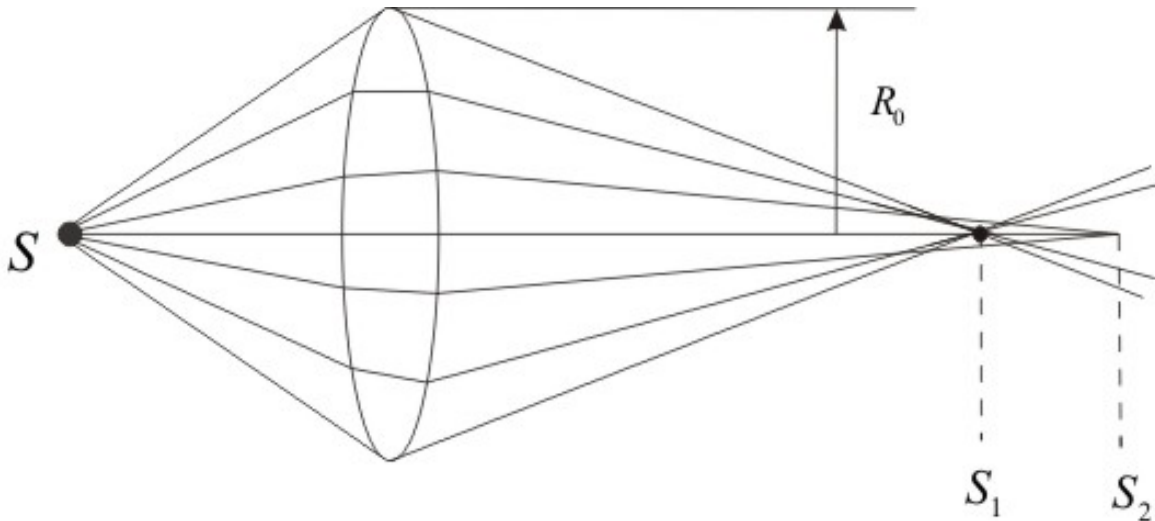


Рисунок 1.6

Відстань між передньою та задньою точками фокусування S_1 та S_2 називають поздовжньою сферичною аберацією σ , яка додатна ($\sigma > 0$) для збиральних та від'ємна ($\sigma < 0$) для розсіювальних лінз.

Тому одним із способів зменшення сферичної аберації є заміна простої лінзи системою збиральних та розсіювальних лінз. Також відмітимо, що $\sigma \sim R_0^2$. Тому іншим способом є діафрагмування (тобто зменшення R_0) пучка променів.

У випадку, коли випромінюючий об'єкт знаходиться на деякій відстані від головної оптичної осі, виникає аберация типу "кома". Зображення точки тоді скидається на комету, тому виникла ця назва.

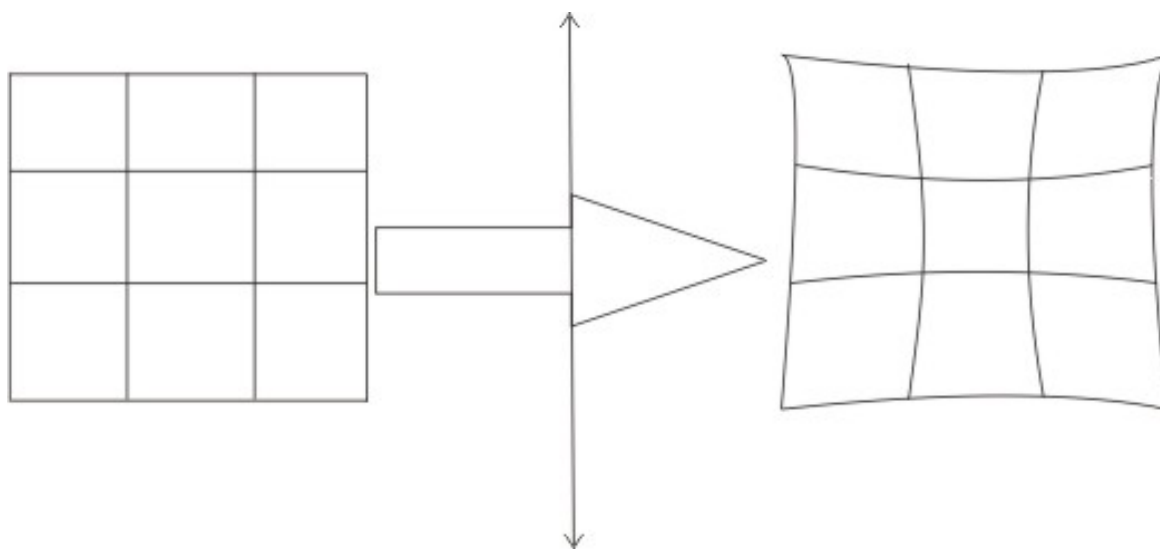


Рисунок 1.7

Кому можна зменшити, розташовуючи предмет на фіксованій відстані від лінзи (наприклад у мікроскопах) а також при діафрагмуванні.

Третім типом геометричної аберації є **дисторсія**. Її причина полягає у залежності коефіцієнта збільшення лінзи $K_{зб}$ від відстані до оптичної осі. Наслідком цього є викривлення зображення предмета.

Наступним типом геометричної аберації є **астигматизм**. Його причина - різниця між радіусами кривизни поверхні лінз в двох взаємноперпендикулярних напрямках (рис 1.8). Внаслідок цього фокусні відстані, що відповідають перерізам a та b відрізняються $F_a \neq F_b$. Тому на екрані зображення точки виглядає як вертикальна або вертикальна лінія.

На відміну від геометричних абераций хроматичні виникають незалежно від геометричних особливостей лінзи.

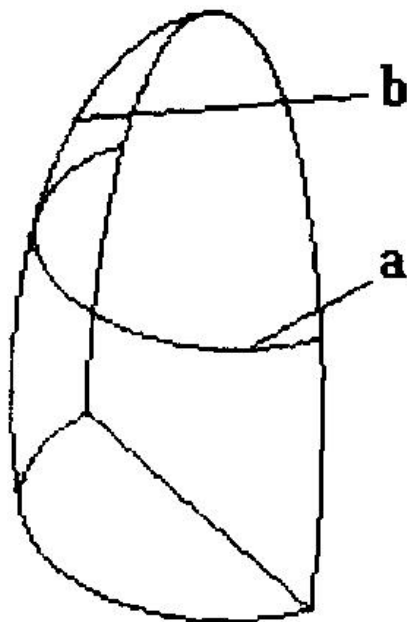


Рисунок 1.8

Вони пов'язані із залежністю коефіцієнта заломлення n матеріалу від частоти світла. Тому і фокусна відстань F буде різною для різних ω . Внаслідок цього замість чіткого зображення предмета ми побачимо усі кольори веселки на його краях. Для того, щоб зменшити хроматичну аберацію, використовують комбінацію лінз з різних матеріалів, таких, що залежності $n_1(\omega)$ та $n_2(\omega)$ компенсують одна одну.

Отже, щоб зменшити аберації, потрібно ускладнити оптичні системи, або зменшити їх корисні можливості (наприклад, діафрагмування).

Практика

Вправи та задачі до глави.

1. Наведіть приклади таутохтонності променів у випадках побудови зображень у лінзах та дзеркалах.

2.Вертикальний промінь падає на горизонтально розташоване дзеркало. Дзеркало обертається на кут α навколо вісі, що йде від нас до горизонту. На який кут θ повернеться відбитий промінь?

3.Промінь світла падає під кутом α на тіло з показником заломлення n . Який зв'язок мусить існувати між величинами α та n , щоб відбитий промінь був перпендикулярний до заломленого?

Відповідь: $\operatorname{tg} \alpha = n$

4. На поверхні води ($n_e = 1,33$) лежить скляна пластинка. Під яким кутом і мусить падати на пластинку промінь світла, щоб від поверхні розділу "вода-скло" виникло повне внутрішнє відбиття? Показник заломлення скла $n_c = 1,5$.

Відповідь: $\sin i = n_e > 1$ - умови для такого явища не існують.

5.Довести, що у двупуклій лінзі з рівними радіусами кривини обох поверхонь та з показником заломлення $n = 1,5$ фокуси співпадають з центрами кривизни.

6.На відстані $a_1 = 15\text{см}$ від двупуклої лінзи з оптичною силою $D = 10\text{дптр}$ розташована оптичній осі предмет висотою $y_1 = 2\text{см}$. Знайти положення a_2 та висоту y_2 зображення.

Відповідь: $a_2 = 30\text{см}$ $y_2 = 4\text{см}$.

7.Знайти збільшення K , але дає лупа з фокусною відстанню $F = 2\text{см}$ для: а- нормального ока з відстанню найкращого зору $L = 25\text{см}$; б- близорукого глаза з відстанню найкращого зору $D = 15\text{см}$.

Відповідь: а) $k = 12,5$; б) $k = 7,5$

